

Efektywne algorytmy dla problemów optymalizacji kombinatorycznej związanych ze skojarzeniem rango-maksymalnym i kafelkowaniem prostokątami

Streszczenie

W rozprawie doktorskiej rozważamy kilka problemów z obszaru optymalizacji kombinatorycznej. W pierwszej części rozprawy badamy problemy związane ze skojarzeniem rango-maksymalnym (ang. rank-maximal matching), w drugiej binarny wariant problemu kafelkowania prostokątami.

W problemie skojarzenia rango-maksymalnego dany jest graf dwudzielny $G = (A \cup P, E)$, w którym A oznacza zbiór aplikantów, P - posad, a krawędź (a, p) ma rang r odpowiadający temu, jak bardzo aplikant a jest zainteresowany posadą p . Mniejsza liczba oznacza większe zainteresowanie.

Dopuszczalne są remisy tzn. dany aplikant a może tak samo ocenić kilka posad. Zadanie polega na obliczeniu skojarzenia *rango-maksymalnego*, czyli takiego, w którym maksymalna liczba aplikantów otrzymuje posadę o randze 1 oraz pod tym warunkiem maksymalna liczba aplikantów otrzymuje posadę o randze 2 itd. Znany wcześniej algorytm znajduje skojarzenie rango-maksymalne w czasie $O(\min(n, c$

p
 $n)m)$, gdzie n oznacza liczbę wierzcho-

lków w grafie, m liczbę krawędzi, a c oznacza maksymalną wartość rangi w rozważaniu optymalnym.

W Sekcji 3 zajmujemy się dynamiczną wersją problemu skojarzenia rangomaksymalnego, w której chcemy utrzymywać skojarzenie rango-maksymalne

po dodaniu wierzchołka do grafu. Przedstawiamy algorytm, który aktualizuje istniejące skojarzenie rango-maksymalne w czasie $O(\min(c_0, n_2) + m)$,

gdzie c_0 oznacza największą rangę krawędzi w rozważaniu optymalnym nowego grafu. Algorytm ten można łatwo zaadoptować do wersji, w której

wierzchołek jest usuwany lub dodawany lub usuwana jest krawędź. Pokazujemy

również jak zmodyfikować podany algorytm, aby działał dla wersji dynamicznej problemu skojarzenia popularnego. Aktualizacja popularnego skojarzenia odbywa się w czasie $O(m)$. Wyniki zawarte w tej sekcji zostały

złożone do *SIAM Journal on Discrete Mathematics (SIDMA)*.

W Sekcji 4 badamy kilka strategii manipulacji związanych ze skojarzeniem

rango-maksymalnym. Zakładamy, że jeden z aplikantów jest manipulatem. Zna on listy preferencji wszystkich pozostałych aplikantów i stara się

sfalsyfikować swoje listy preferencji tak, by zwiększyć swoje szanse uzyskania

posady lepszej niż gdyby podał prawdziwe listy preferencji. Tworzymy kilka strategii manipulacyjnych odpowiadających różnym kryteriom. Rezultaty

opisane w tej sekcji zostały opublikowane na konferencji *International*

Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2018).

W drugiej części rozprawy rozważamy problemy binarnego kafelkowania

prostokątami. Najbardziej znanym z nich jest problem RTile, w którym mamy dany prostokąt $n \times p$ i macierz $n \times p$ o nieujemnych elementach i naturalnej liczbie

p , a zadanie polega na znalezieniu podziału tej macierzy na p rozłącznych prostok

, atnych podmacierzy zwanych *kafelkami* tak, aby zminimalizować maksymalną wagę kafelka. Waga kafelka to suma elementów w nim zawartych. W wariancie binarnym RTile elementy macierzy mają wartości 0 lub 1. Dla wersji binarnej RTile podajemy nowy algorytm aproksymacyjny, który jest najlepszym możliwym przy zastosowaniu używanego do ograniczenia dolnego. Zaprezentowany algorytm rozszerzamy na problem dualny DRTile oraz wersje d -wymiarowe ($d > 2$). Zawartość tej sekcji została zgłoszona do czasopisma *Information Processing Letters (IPL)*.

iii