

Streszczenie

W niniejszej rozprawie doktorskiej prezentujemy wyniki dotyczące tematu *aproxymowalności* wybranych *optymalizacyjnych problemów kombinatorycznych*:

1. W rozdziale 2 pokazujemy, że trywialny algorytm 2-aproksymacyjny dla problemu **MINIMUM MAXIMAL MATCHING** jest najlepszym, jaki można uzyskać (także w szczególnym przypadku grafów dwudzielnych). Istnienie algorytmu $(2 - \gamma)$ -aproksymacyjnego (dla dowolnej stałej γ) przeczyłoby hipotezie *Unique Games Conjecture* (lub jej mocniejszym wariantom, w przypadku dwudzielnym).
2. W rozdziale 3 prezentujemy algorytm aproksymacyjny dla problemu rozstrzygnięcia wyborów w ordynacji zwanej **PROPORTIONAL APPROVAL VOTING** (a także w całej nieskończonej rodzinie powiązanych ordynacji wyborczych). Pokazujemy też, że algorytm ten jest najlepszą możliwą aproksymacją, jaką może uzyskać algorytm działający w czasie wielomianowym (o ile $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$), a nawet w czasie parametryzowanym rozmiarem wybieranego zgromadzenia (o ile prawdziwa jest hipoteza Gap-ETH).
3. W rozdziale 4 konstruujemy algorytm o stałym współczynniku aproksymacji dla problemu **CAPACITATED k -MEDIAN**, który działa w czasie parametryzowanym liczbą k . Problem ten nie może być rozwiązany dokładnie w takiej złożoności (o ile $\mathbf{FPT} \neq \mathbf{W}[2]$), a algorytm aproksymacyjny o stałym współczynniku działający w czasie wielomianowym — chociaż nie jest wykluczony — pozostaje niedosięgnięty.

Abstract

In this thesis we present the results on *approximability* of selected *combinatorial optimisation problems*:

1. In Chapter 2 we are showing that a trivial 2-approximation algorithm for the **MINIMUM MAXIMAL MATCHING** problem is the limit of what can be expected (also for bipartite graphs). Existence of a $(2 - \gamma)$ -approximation algorithm (for any constant γ) would contradict the *Unique Games Conjecture* (or its stronger variants, in the bipartite case).
2. In Chapter 3 we present an approximation algorithm for deciding winners in the **PROPORTIONAL APPROVAL VOTING** system (and an infinite family of related electoral systems). We additionally show, that a better polynomial-time approximation would imply $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, and a better approximation running in time parametrised by the committee size would contradict Gap-ETH.
3. In Chapter 4 we construct a constant-factor approximation algorithm for the **CAPACITATED k -MEDIAN** problem, working in time parametrised by k . The problem in question cannot be solved exactly within such a complexity (unless $\mathbf{FPT} = \mathbf{W}[2]$), and a polynomial-time approximation—although not strictly out of question—remains out of reach.